

Eine neue Abbildungsfunktion zur konformen Abbildung von Schaufelgittern

Müftüoglu, Saffet

Veröffentlicht in:
Abhandlungen der Braunschweigischen
Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 18, 1966, S.1-14



Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig

Eine neue Abbildungsfunktion zur konformen Abbildung von Schaufelgittern*)

Von Saffet Müftüoğlu

Vorgelegt von Hermann Schlichting**)

(Eingegangen am 21. 9. 1965)

Übersicht: Es wird eine Abbildungsfunktion angegeben, die es erlaubt, aus der ebenen Grundströmung durch ein vorgegebenes, ungestaffeltes Gitter mit Gitterelementen von nahezu kreisförmigem Querschnitt die Strömung durch ein ungestaffeltes Gitter mit Profilen endlicher Dicke und Wölbung zu erzeugen. Die theoretische Darstellung ist analog der Behandlung des Einzeltragflügelprofils mit Hilfe der bekannten Kutta-Joukowskyschen Abbildungsfunktion, die als Grenzfall bei unendlich großem Teilungsverhältnis in der neuen Abbildungsfunktion enthalten ist. Anhand einiger Beispielrechnungen wird die neue Abbildungsfunktion erprobt.

Summary: A new mapping function is presented which allows the basic flow through a given non-staggered cascade consisting of profile elements of nearly circular cross-section to be transformed into the flow through a cascade consisting of profiles of finite thickness and camber. The theoretical treatment is analogous to that of the single airfoil profile by use of the well-known Kutta-Joukowski mapping function. The latter one is embodied in the new mapping function representing the limiting case of infinite pitch chord ratio. The new mapping function is tested by a few sample calculations.

1. Einleitung

Zur Berechnung der zweidimensionalen Strömung einer inkompressiblen reibungslosen Flüssigkeit um ein vorgegebenes Einzeltragflügelprofil stehen die Methoden der konformen Abbildung (siehe z. B. A. Betz [1]) sowie das Singularitätenverfahren (siehe z. B. H. Schlichting und E. Truckenbrodt [2]) zur Verfügung. Grundsätzlich läßt sich auch das analoge Problem der Strömung durch ein ebenes Schaufelgitter sowohl mit Hilfe der konformen Abbildung als auch nach dem Singularitätenverfahren lösen. Letzteres wurde für mäßig dicke Schaufelprofile von H. Schlichting [3] zu großer Vollkommenheit entwickelt. Bei Anwendung der konformen Abbildung wird die Strömung um eine unendliche Anzahl dünner, kongruenter Gitterprofile durch eine komplexe

*) Die Arbeit wurde am Lehrstuhl für Mechanik und Strömungsmechanik der Technischen Hochschule Istanbul mit Unterstützung durch den AIMH-Vertrag Nr. 20 durchgeführt. An dieser Stelle möchte ich meinen besonderen Dank meinem Lehrer, Herrn Prof. Dr. phil. H. Schlichting für seine wertvollen Anregungen und Hinweise zu dieser Arbeit und Herrn Dipl.-Phys. J. Steinheuer für die Hilfe bei der Abfassung des Manuskripts aussprechen.

**) Dr.-Ing., Professor für Mechanik an der Technischen Hochschule Istanbul.

Abbildungsfunktion auf die bekannte Kreiszylinderströmung zurückgeführt (siehe z. B. *B. F. Weinig* [4]). Für Gitterprofile beliebiger Dicke und Wölbung im ungestaffelten Turbinengitter ist eine Lösungsmethode von *M. Shirakura* [5] angegeben worden, bei der die Gitterprofile paarweise auf zwei konzentrische Kreise abgebildet werden.

In der vorliegenden Arbeit wird eine neue Abbildungsfunktion angegeben, die es erlaubt, aus einer Grundströmung durch ein vorgegebenes, ungestaffeltes Gitter mit Gitterelementen ovalen Querschnitts die Strömung durch ein ungestaffeltes Gitter mit Profilen endlicher Dicke und Wölbung zu erzeugen. Die theoretische Darstellung ist weitgehend analog der Behandlung eines Einzelprofils durch Anwendung der bekannten Kutta-Joukowskyschen Abbildungsfunktion auf die Strömung um den Kreiszylinder mit Zirkulation. Im Grenzfall unendlich großen Teilungsverhältnisses reduziert sich die neue Abbildungsfunktion auf die Abbildungsfunktion von Kutta-Joukowski.

2. Die Grundströmung

Ausgangspunkt der Betrachtung ist eine Strömung in der komplexen z -Ebene, die sich aus der Überlagerung folgender drei Strömungsfunktionen ergibt:

a) einer Translationsströmung in x -Richtung ($z = x + iy$):

$$F_1(z) = U_\infty (z - z_0); \quad (1)$$

b) einer Dipolreihe auf der imaginären y -Achse mit der Teilung t als Abstand zwischen zwei Einzeldipolen und M als Dipolmoment des Einzeldipols:

$$F_2(z) = M \frac{\pi}{t} \coth \left[\frac{\pi}{t} (z - z_0) \right]; \quad (2)$$

c) einer Wirbelreihe ebenfalls auf der y -Achse mit der Teilung t als Periode und mit der Zirkulation Γ des rechtsdrehenden Einzelwirbels

$$F_3(z) = \frac{i \Gamma}{2 \pi} \ln \sinh \left[\frac{\pi}{t} (z - z_0) \right]. \quad (3)$$

Nach Einführen der dimensionslosen Veränderlichen

$$\zeta = \pi \frac{z}{t} = \xi + i \eta \quad (4)$$

und der dimensionslosen Strömungsfunktion

$$f(\zeta) = \varphi + i \psi \quad (5)$$

lautet dann die Gesamtströmungsfunktion der Grundströmung

$$F(z) = \Phi + i \Psi = F_1(z) + F_2(z) + F_3(z) = \frac{U_\infty \cdot t}{\pi} f(\zeta) \quad (6)$$

mit

$$f(\zeta) = (\zeta - \zeta_0) + \mu \coth (\zeta - \zeta_0) + \frac{i \gamma}{2 \pi} \ln \sinh (\zeta - \zeta_0). \quad (7)$$

wobei die Abkürzungen

$$\mu = \frac{\pi^2}{t^2} \frac{M}{U_\infty} \quad (8)$$

und

$$\gamma = \frac{\pi}{t} \frac{\Gamma}{U_\infty} \quad (9)$$

verwendet wurden.

Die Strömungsfunktion $f(\zeta)$ nach Gl. (7) stellt in der komplexen ζ -Ebene die Strömung durch ein ebenes Gitter dar, das aus Gitterprofilen von ovalem

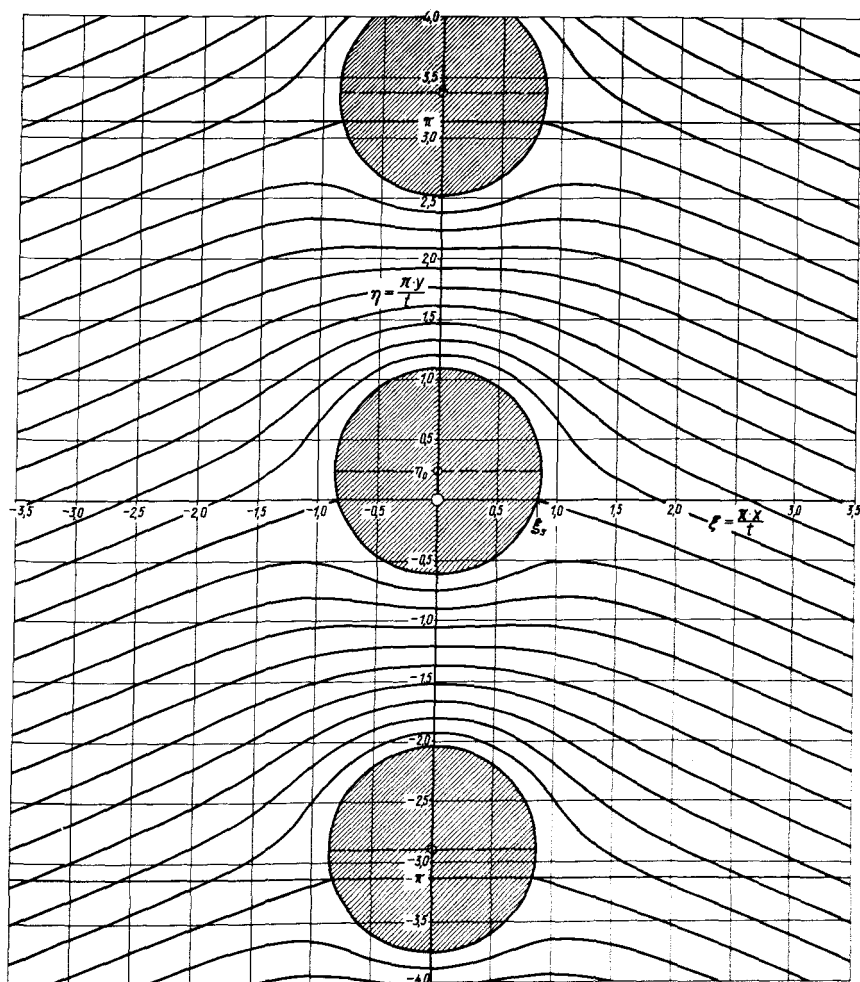


Abb. 1. Stromlinienbild der Grundströmung ($\mu = 1$, $\gamma/2\pi = 0.4228$; $\xi_0 = 0$, $\eta_0 = 0.2$; $\xi_s = 0.8376$, $\eta_s = 0$)

Tabelle 1: Koordinaten der Profilkontur in der Grundströmung

($\mu = 1$, $\xi_0 = 0$, $\eta_0 = 0,2$; vgl. Abb. 1)

$\xi = \pi \frac{x}{l}$	$\eta_{\text{oben}} = \pi \frac{y_{\text{oben}}}{l}$	$\eta_{\text{unten}} = \pi \frac{y_{\text{unten}}}{l}$
0	1,0976	-0,6136
$\pm 0,1$	1,0912	-0,6104
$\pm 0,2$	1,0752	-0,5912
$\pm 0,3$	1,0464	-0,5624
$\pm 0,4$	1,0016	-0,5208
$\pm 0,5$	0,9440	-0,4616
$\pm 0,6$	0,8640	-0,3816
$\pm 0,7$	0,7536	-0,2712
$\pm 0,7488$	—	-0,2000
$\pm 0,7936$	0,6000	—
$\pm 0,8016$	—	-0,1000
$\pm 0,8320$	0,5000	—
$\pm 0,8376$	0,0000	0,0000
$\pm 0,8576$	0,4000	—
$\pm 0,8608$	0,1000	—
$\pm 0,8704$	0,3000	—
$\pm 0,8720$	0,2000	—

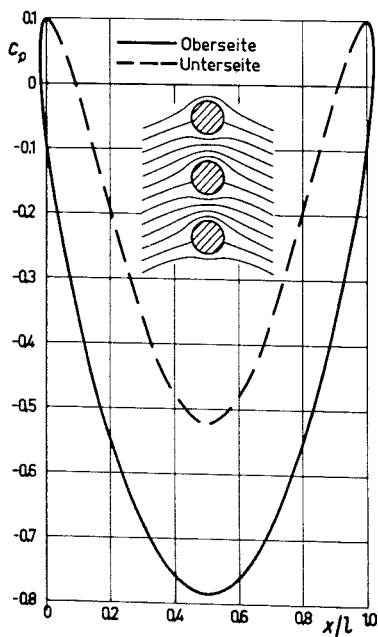


Abb. 2

Druckverteilung auf der Konturlinie eines Gitterelementes in der in Abb. 1 dargestellten Grundströmung (Teilungsverhältnis $t/l \approx 1,777$)

Querschnitt besteht. Die Mittelpunkte der Ovale sind gegeben durch die Koordinatenpunkte $\xi_0, \eta_0 + in\pi$ mit $n = 1, 2, 3 \dots \infty$. In Abb. 1 ist das Stromlinienbild dieser Strömung mit den dort angegebenen Werten der Parameter μ, γ, ξ_0 und η_0 dargestellt. Die Profilkordinaten, die sich durch

Nullsetzen der Stromfunktion $\Psi = \frac{U_\infty t}{\pi} \psi(\zeta) = 0$ nach Gl. (A 3) des Anhangs

ergeben, sind in Tabelle 1 angegeben. Die Kontur stellt ein Oval von nahezu kreisförmigem Querschnitt dar. Abb. 2 zeigt die nach Gl. (A 6) des Anhangs berechnete Druckverteilung auf der Kontur. Die Strömung nach Gleichung (7) entspricht bei der Behandlung des Einzelprofils der Translationsströmung um den Kreiszylinder, dessen Mittelpunkt außerhalb des Koordinatenursprungs liegt, und der ein Potentialwirbel mit Sitz im Kreismittelpunkt überlagert ist.

Die Lage und Form der Ovale ist jedoch erst dann eindeutig festgelegt, wenn neben der Mittelpunktsskordinate ebenfalls die Koordinate $\zeta_s = \xi_s + i\eta_s$ eines Staupunktes vorgegeben ist. Dies liefert (wie im Falle des einzelnen Kreiszylinders) einen Zusammenhang zwischen der Dipolstärke μ und der Zirkulation γ aus der Bedingung

$$w = u - iv = \frac{dF}{dz} = U_\infty \frac{df}{d\zeta} = 0 \quad (10)$$

oder

$$1 - \frac{\mu}{\sinh^2(\zeta_s - \zeta_0)} + \frac{i\gamma}{2\pi} \coth(\zeta_s - \zeta_0) = 0. \quad (11)$$

Es folgt nach Aufspaltung in Real- und Imaginärteil

$$\frac{\gamma}{2\pi} = -\tan[2(\eta_s - \eta_0)] \quad (12)$$

und

$$2\mu = \frac{\cosh[2(\xi_s - \xi_0)]}{\cos[2(\eta_s - \eta_0)]} - 1. \quad (13)$$

Aus Gl. (13) erkennt man, daß ebenfalls der Punkt $(2\xi_0 - \xi_s), \eta_s$ ein Staupunkt ist. Ferner sind diese Staupunkte in η -Richtung periodisch im Abstand π (siehe Abb. 1).

3. Die Abbildungsfunktion

Von analogen Überlegungen ausgehend, die bei der Erzeugung von Einzeltragflügelprofilen aus der Kreiszylinderströmung mit Zirkulation auf die Kutta-Joukowskysche Abbildungsfunktion führten, wird nun die Abbildungsfunktion

$$Z(z) = z + \frac{t}{\pi} m \cdot \coth\left(\frac{\pi z}{t}\right) \quad (14)$$

mit $Z = X + iY$ eingeführt. In dimensionsloser Schreibweise mit $\zeta = \pi z/t$ und $Z' = \pi Z/t = X' + iY'$ lautet die neue Abbildungsfunktion

$$Z'(\zeta) = \zeta + m \coth \zeta. \quad (15)$$

Faßt man nämlich $Z'(\zeta)$ als Strömungsfunktion auf, so erhält man die Translationsströmung durch ein in η -Richtung mit π periodisches Gitter aus ovalen, nahezu kreisförmigen Zylindern (siehe *V. L. Streeter* [6]), wie sie in Abb. 3 skizziert ist. Diese Strömung entspricht der durch die Kutta-Joukowskysche Abbildungsfunktion

$$Z(z) = z + \frac{a^2}{z} \quad (16)$$

dargestellten Translationsströmung um einen einzelnen Kreiszylinder vom

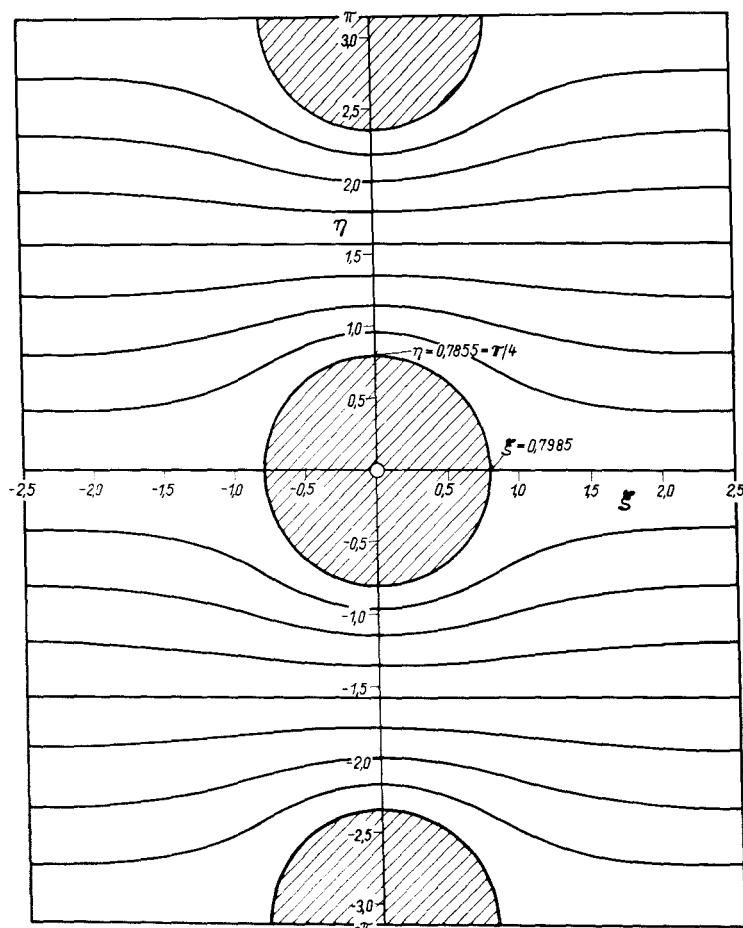


Abb. 3. Strömlinienbild der durch die Abbildungsfunktion Gl. (15) dargestellten Strömung ($m = \pi/4$)

Radius a . Die Bedingung für die Staupunkte der durch Gl. (15) festgelegten Strömung lautet

$$\frac{d Z'}{d \zeta} = 1 - \frac{m}{\sinh^2 \zeta_p} = 0, \quad (17)$$

woraus nach Aufspaltung in Real- und Imaginärteil die Bedingungen folgen:

$$2 m = \cosh (\pm 2 \xi_p) - 1 \quad (18)$$

und

$$\sin (2 \eta_p) = 0. \quad (19)$$

Nur dann, wenn einer dieser durch Gl. (18) und Gl. (19) festgelegten Staupunkte ξ_p , η_p mit einem der durch Gl. (12) und Gl. (13) festgelegten Staupunkte ξ_s , η_s der abzubildenden Grundströmung zusammenfällt, geht aus der Abbildung mit Hilfe der Abbildungsfunktion nach Gl. (15) die Strömung durch ein Gitter von in sich geschlossenen Schaufelgitterprofilen hervor. Diese Vorschrift entspricht der Kutta-Joukowskyschen Abflußbedingung an der Hinterkante des Einzeltragflügelprofils. Mit Angabe des Parameters m der sich aus der Bedingung nach Gl. (18) ergibt und der die Größe und Form der Ovalkontur bestimmt, ist die neue Abbildungsfunktion vollständig bestimmt und die Abbildungsvorschrift gegeben.

Schließlich sei darauf hingewiesen, daß für große Teilung t , d. h. für kleine Werte $\zeta = \pi z/t$ die Abbildungsfunktion nach Gl. (14) in die Kutta-Joukowsky'sche Abbildungsfunktion nach Gl. (16) übergeht, d. h. letztere ist in der neuen Abbildungsfunktion als Spezialfall enthalten.

4. Beispielrechnungen

Zur Erprobung der neuen Abbildungsfunktion sind zwei Beispielrechnungen durchgeführt worden. Tabelle 2 gibt eine Übersicht über die verwendeten Parameter. Die sich aus der Abbildung ergebenden Stromlinienbilder sowie die Profilkonturen sind in Abb. 4 für Beispiel I und in Abb. 6 für Beispiel II dargestellt. Die entsprechenden Profilkordinaten, berechnet nach den im

Tabelle 2: Übersicht über die in den Beispielrechnungen verwendeten Parameter. (Die mit einem (*)-Zeichen versehenen Größen sind vorgegeben.)

Parameter	Beispiel I	Beispiel II
μ (*)	1	1
$\frac{\gamma'}{2\pi}$	0,42279	0,42279
ξ_0 (*)	0	-0,1
η_0 (*)	0,2	0,2
ξ_s	$\pm 0,8376$	$\pm 0,8376 - 0,1$
η_s (*)	0	0
m	0,8816	0,6500

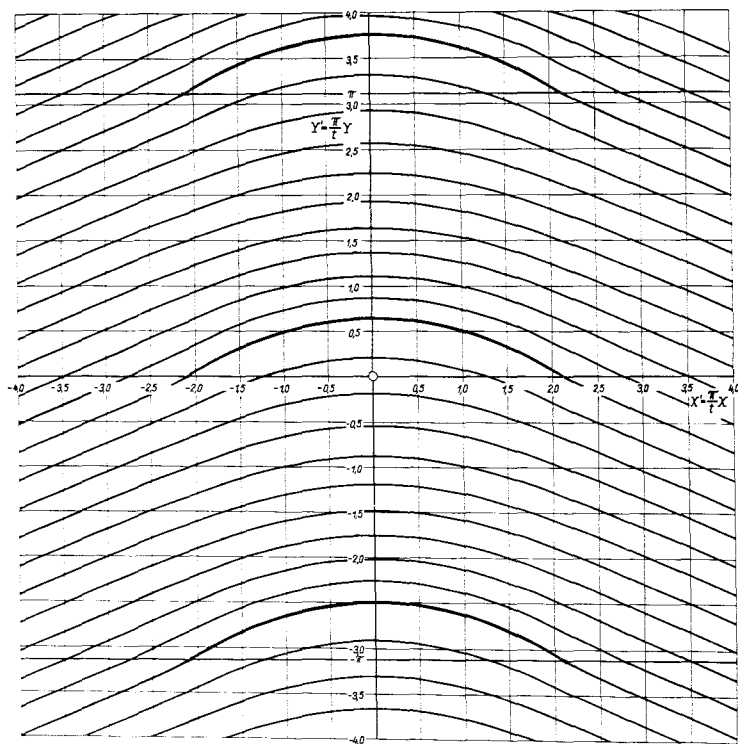


Abb. 4. Stromlinienbild und Schaufelkonturen der durch die Abbildung erzeugten Strömung (Beispiel I)

Tabelle 3: Koordinaten der Profilkontur in der abgebildeten Strömung für Beispiel I (vgl. Abb. 4)

$X' = \pi \frac{X}{t}$	$Y'_{\text{oben}} = \pi \frac{Y_{\text{oben}}}{t}$	$X' = \pi \frac{X}{t}$	$Y'_{\text{unten}} = \pi \frac{Y_{\text{unten}}}{t}$
0	0,64628	0	0,63801
$\pm 0,2113$	0,63850	$\pm 0,3621$	0,61242
$\pm 0,4223$	0,62238	$\pm 0,7155$	0,57036
$\pm 0,6332$	0,59268	$\pm 1,0442$	0,49219
$\pm 0,8457$	0,54594	$\pm 1,3403$	0,39312
$\pm 1,0585$	0,49250	$\pm 1,6023$	0,28645
$\pm 1,2764$	0,42143	$\pm 1,8229$	0,17843
$\pm 1,5042$	0,33215	$\pm 1,9968$	0,08033
$\pm 1,7388$	0,22397	$\pm 2,0613$	0,04068
$\pm 1,8545$	0,16201	$\pm 2,1108$	0,00911
$\pm 1,9488$	0,10888	$\pm 2,1253$	0,00000
$\pm 2,0230$	0,06448		
$\pm 2,0781$	0,03060		
$\pm 2,1129$	0,00812		
$\pm 2,1253$	0,00000		

Anhang gegebenen Gleichungen (A 7) und (A 8), sind gesondert in Tabelle 3 und Tabelle 4 angegeben. Abb. 5 enthält die nach Gl. (A 14) berechnete Druckverteilung längs der Profilkontur für Beispiel I. Die Druckverteilung für Beispiel II ist in Abb. 7 wiedergegeben.

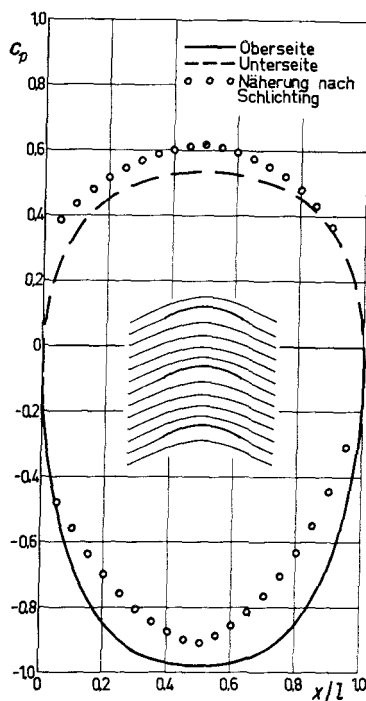


Abb. 5
Druckverteilung auf der Schaufelkontur in der in
Abb. 4 dargestellten Strömung (Teilungsverhältnis
 $l/t = 0,739$; Wölbungsverhältnis $f/l = 0,151$)

Die in Beispiel I berechnete Strömung, Abb. 4, stellt also die Strömung durch das ungestaffelte Gitter dünner nahezu kreisbogenförmiger Profile dar. Die Profile weisen jedoch eine endliche, wenn auch relativ geringe Dicke auf, wie man aus Tabelle 3 ersieht. Zum Vergleich ist die nach dem Singularitätenverfahren von H. Schlichting [3] berechnete Druckverteilung am Kreisbogenprofil in Abb. 5 mit eingezeichnet.

Beispiel II. Abb. 6, ergibt die Strömung durch das ungestaffelte Gitter mit Gitterprofilen endlicher Dicke und Wölbung. Der Form der erhaltenen Gitterprofile entspricht im Fall des Einzelprofils das bekannte Joukowski-Profil. Hinsichtlich der Wahl der vorzugebenden Parameter μ , ξ_0 , η_0 und η_s zur Erzeugung von Gitterprofilen gewünschter Dicke und Wölbung gelten sinngemäß die gleichen Kriterien wie bei der Erzeugung von Einzeltragflügelprofilen mittels der Kutta-Joukovskyschen Abbildungsfunktion.

Tabelle 4: Koordinaten der Profilkontur in der abgebildeten Strömung für Beispiel 11 (vgl. Abb. 6)

$X' = \pi \frac{X}{t}$	$Y'_{\text{oben}} = \pi \frac{Y_{\text{oben}}}{t}$	$X' = \pi \frac{X}{t}$	$Y'_{\text{unten}} = \pi \frac{Y_{\text{unten}}}{t}$
-1,8230	0,00000	-1,8230	0,00000
-1,8268	0,04853	-1,7996	-0,03957
-1,8133	0,10426	-1,7511	-0,06684
-1,7828	0,16549	-1,6972	-0,07624
-1,7365	0,23173	-1,5666	-0,06702
-1,6727	0,30197	-1,4126	-0,03224
-1,5904	0,37626	-1,2357	0,01962
-1,4142	0,49556	-1,0371	0,08480
-1,2364	0,58578	-0,8129	0,15448
-1,0622	0,65304	-0,5617	0,21676
-0,8893	0,70082	-0,2916	0,28221
-0,7144	0,73953	0,0000	0,31882
-0,5388	0,76141	0,3040	0,34678
-0,3613	0,76969	0,6109	0,34018
-0,1816	0,76897	0,9080	0,30357
0,0000	0,75314	1,1863	0,24451
0,1835	0,72831	1,4310	0,16603
0,3690	0,68973	1,6283	0,08044
0,5579	0,63378	1,7015	0,04204
0,7500	0,56957	1,7571	0,00972
0,9494	0,48628	1,7731	0,00000
1,1616	0,38231		
1,3851	0,25663		
1,4976	0,18511		
1,5912	0,12382		
1,6662	0,07288		
1,7231	0,03427		
1,7731	0,00000		

Anhang

Potential- und Stromfunktion, Geschwindigkeits- und Druckfeld in der Grundströmung

Durch Aufspaltung der dimensionslosen Strömungsfunktion der Grundströmung $f(\zeta) = \varphi(\xi, \eta) + i\psi(\xi, \eta)$ nach Gl. (7) in ihren Real- und Imaginärteil erhält man für die Potential- und Stromfunktion

$$\varphi(\xi, \eta) = (\xi - \xi_0) + \mu \frac{\sinh [2(\xi - \xi_0)]}{\cosh [2(\xi - \xi_0)] - \cos [2(\eta - \eta_0)]} - \frac{\gamma}{2\pi} \arctan \left(\frac{\tan(\eta - \eta_0)}{\tanh(\xi - \xi_0)} \right) \quad (\text{A } 1)$$

und

$$\psi(\xi, \eta) = (\eta - \eta_0) - \mu \frac{\sin [2(\eta - \eta_0)]}{\cosh [2(\xi - \xi_0)] - \cos [2(\eta - \eta_0)]} + \frac{\gamma}{4\pi} \ln \frac{1}{2} \{ \cosh [2(\xi - \xi_0)] - \cos [2(\eta - \eta_0)] \} \quad (\text{A } 2)$$

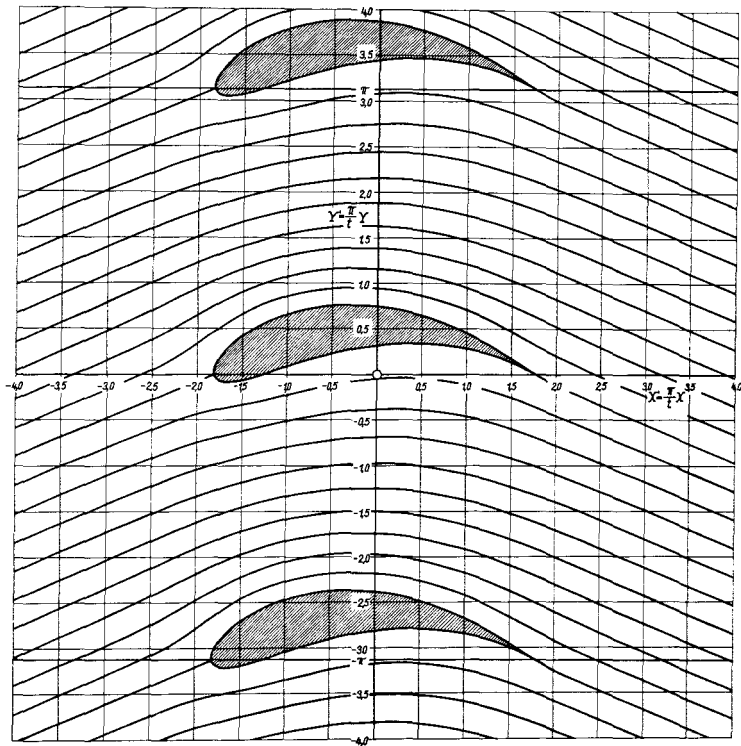


Abb. 6. Strömlinienbild und Schaufelkonturen der durch die Abbildung erzeugten Strömung (Beispiel II)

Für $\psi = 0$ erhält man die Nullstromlinie, d. i. die Kontur des umströmten Körpers in der Grundströmung. Unter Benutzung der Beziehungen nach Gl. (12) und Gl. (13) ergibt sich hierfür die implizite Darstellung

$$2(\eta - \eta_0) - \left(\frac{\cosh[2(\xi_s - \xi_0)]}{\cos[2(\eta_s - \eta_0)]} - 1 \right) \cdot \frac{\sin[2(\eta - \eta_0)]}{\cosh[2(\xi - \xi_0)] - \cos[2(\eta - \eta_0)]} - \tan[2(\eta_s - \eta_0)] \cdot \ln \frac{1}{2} \{ \cosh[2(\xi - \xi_0)] - \cos[2(\eta - \eta_0)] \} = 0. \quad (\text{A } 3)$$

Das Geschwindigkeitsfeld w/U_∞ ist gegeben durch $df/d\bar{z}$ nach Gl. (10). Die Aufspaltung in Real- und Imaginärteil liefert

$$\frac{u}{U_\infty} = 1 + 2\mu \frac{1 - \cosh[2(\xi - \xi_0)] \cos[2(\eta - \eta_0)]}{\{ \cosh[2(\xi - \xi_0)] - \cos[2(\eta - \eta_0)] \}^2} + \frac{\gamma}{2\pi} \frac{\sin[2(\eta - \eta_0)]}{\cosh[2(\xi - \xi_0)] - \cos[2(\eta - \eta_0)]} \quad (\text{A } 4)$$

und

$$\frac{v}{U_\infty} = -2 \mu \frac{\sinh [2 (\xi - \xi_0)] \sin [2 (\eta - \eta_0)]}{\{\cosh [2 (\xi - \xi_0)] - \cos [2 (\eta - \eta_0)]\}^2} - \frac{\gamma}{2 \pi \cosh [2 (\xi - \xi_0)] - \cos [2 (\eta - \eta_0)]} \quad (\text{A } 5)$$

Aus den Gleichungen (A 4) und (A 5) läßt sich das Druckfeld der Strömung insbesondere auch die Druckverteilung auf der Kontur des Ovalzylinders durch Angabe des Druckbeiwertes c_p leicht berechnen aus der Beziehung

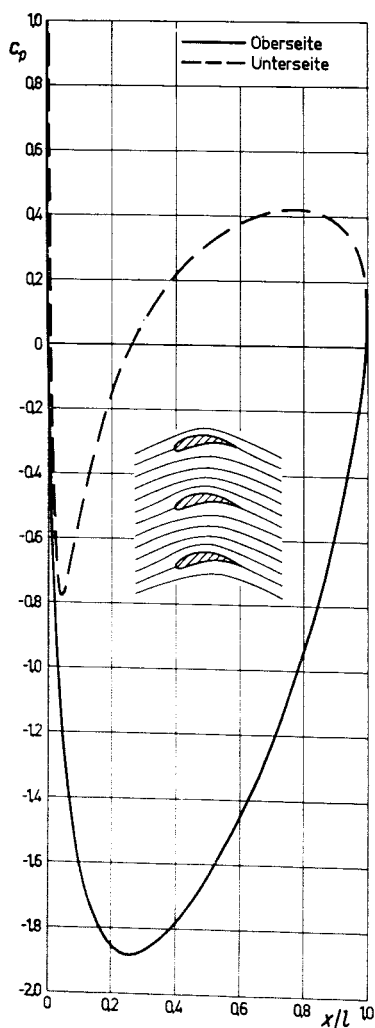


Abb. 7
Druckverteilung auf der Schaufelkontur in der in
Abb. 6 dargestellten Strömung (Teilungsverhältnis
 $t/l = 0,873$, Wölbungsverhältnis $f/l = 0,149$)

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2} = 1 - \left[\left(\frac{u}{U_\infty} \right)^2 + \left(\frac{v}{U_\infty} \right)^2 \right]. \quad (\text{A } 6)$$

Potential- und Stromfunktion, Geschwindigkeits- und Druckfeld in der abgebildeten Strömung

Für die Potential- und Stromfunktion der abgebildeten Strömung lassen sich keine expliziten Ausdrücke angeben. Das Feld der Potential- und Stromlinien erhält man durch Einsetzen der Koordinaten der Potential- und Stromlinien der Grundströmung nach den Gleichungen (A 1) und (A 2) in die Ausdrücke für Real- und Imaginärteil der Abbildungsfunktion nach Gl. (15), für die sich ergibt:

$$X' = \xi + m \frac{\sinh(2\xi)}{\cosh(2\xi) - \cos(2\eta)} \quad (\text{A } 7)$$

und

$$Y' = \eta - m \frac{\sin(2\eta)}{\cosh(2\xi) - \cos(2\eta)}. \quad (\text{A } 8)$$

Das Geschwindigkeitsfeld $\bar{w} = \bar{u} - i\bar{v}$ der abgebildeten Strömung erhält man aus der Vorschrift

$$\frac{\bar{w}}{U_\infty} = \frac{1}{U_\infty} \frac{dF(z)}{dz} \frac{dz}{dZ} = \frac{df(\zeta)}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dZ'} = \frac{w}{U_\infty} \frac{d\zeta}{dZ'}. \quad (\text{A } 9)$$

Dies ergibt für die Geschwindigkeitskomponenten:

$$\frac{\bar{u}}{U_\infty} = a \frac{u}{U_\infty} + b \frac{v}{U_\infty} \quad (\text{A } 10)$$

und

$$\frac{\bar{v}}{U_\infty} = a \frac{v}{U_\infty} - b \frac{u}{U_\infty} \quad (\text{A } 11)$$

mit den Abkürzungen

$$a = \frac{[\cosh(2\xi) - \cos(2\eta)]^2 - 2m[\cosh(2\xi)\cos(2\eta) - 1]}{[\cosh(2\xi) - \cos(2\eta)]^2 - 4m[\cosh(2\xi)\cos(2\eta) - 1] + 4m^2} \quad (\text{A } 12)$$

und

$$b = - \frac{2m \sinh(2\xi) \sin(2\eta)}{[\cosh(2\xi) - \cos(2\eta)]^2 - 4m[\cosh(2\xi)\cos(2\eta) - 1] + 4m^2}. \quad (\text{A } 13)$$

Das Druckfeld kann wie nach Gl. (A 6) berechnet werden. Man erhält

$$\overline{c_p} = 1 - \left[\left(\frac{\bar{u}}{U_\infty} \right)^2 + \left(\frac{\bar{v}}{U_\infty} \right)^2 \right] = 1 - (a^2 + b^2) \left[\left(\frac{u}{U_\infty} \right)^2 + \left(\frac{v}{U_\infty} \right)^2 \right] \quad (\text{A } 14)$$

oder

$$\overline{c_p} = 1 + (a^2 + b^2)(c_p - 1). \quad (\text{A } 15)$$

Literatur

- [1] *A. Betz*: Konforme Abbildung, 2. Aufl. 1964, Berlin.
- [2] *H. Schlichting* und *E. Truckenbrodt*: Aerodynamik des Flugzeuges, Band 1, 1962, Berlin.
- [3] *H. Schlichting*: Berechnung der reibungslosen inkompressiblen Strömung für ein vorgegebenes ebenes Schaufelgitter. VDI-Forschungsheft 447 (1955).
- [4] *F. Weinig*: Die Strömung um die Schaufeln von Turbomaschinen. 1935, Leipzig.
- [5] *M. Shirakura*: Potential flow about arbitrary turbine blades in cascades. Proceedings of the 4th Japan Nat. Congress for Appl. Mech., 1954, Tokio.
- [6] *V. L. Streeter*: Fluid Dynamics. 1948, New York.